GABARITO P3 (08/07/11) 11-13 horas

Exo 1

a) $\alpha = \text{cte} \Rightarrow \omega_2^2 = \omega_1^2 + 2\alpha\Delta\theta$

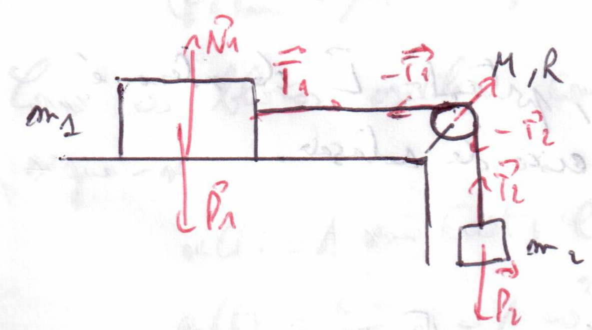
$$\Rightarrow \underline{\alpha} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\Delta\theta} = \frac{15^2 - 10^2}{2\times 50} = \underline{1{,}25\ \text{rev/s}^2}$$

b) $\omega_2 = \omega_1 + \alpha\Delta t \Rightarrow \underline{\Delta t} = \dfrac{\omega_2 - \omega_1}{\alpha} = \dfrac{2\Delta\theta}{\omega_1 + \omega_2} = \underline{4\ \text{s}}$

c) $\omega_1 = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \underline{t} = \dfrac{\omega_1}{\alpha} = \underline{8\ \text{s}}$

d) $\omega_1^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta \Rightarrow \underline{\Delta\theta} = \dfrac{\omega_1^2}{2\alpha} = \underline{40\ \text{rev}}$

Exo 2



Sistema {bloco m_1}

2ª lei de Newton em x:

$$T_1 = m_1 a_1$$

Sistema {bloco m_2}

2ª lei de Newton em y:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

Sistema {Polia}

Dinâmica rotacional em relação ao eixo de rot O_z:

$$(T_2 - T_1) R = \left(\tfrac{1}{2} M R^2\right)\alpha \Rightarrow T_2 - T_1 = \tfrac{1}{2} M R \alpha \quad \text{I}$$

Além disso sabemos que os blocos m_1 e m_2 tem a mesma aceleração:

$$a_1 = a_2 = a$$

O fio não escorrega na polia:

$$a = R\alpha$$

Finalmente:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a & (1) \\ m_2 g - T_2 = m_2 a & (2) \\ T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M a & (3) \end{cases}$$

$(1)+(2)+(3) \Rightarrow m_2 g = (m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M)\, a$

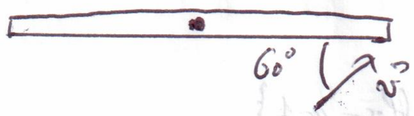
$$\underline{a} = \frac{m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}\, g$$

b) $\underline{T_1} = m_1 a = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}\, g$

$\underline{T_2} = m_2 (g - a) = \dfrac{(m_1 + \frac{1}{2}M)\, m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}\, g$

Exo 3

a)



Sistema {haste + bala}

$\sum \vec{\tau}_{ext} = \vec{0}$ em relação ao centro da haste, portanto $\vec{L}$ do sistema é conservado, assim como sua componente // eixo de rotação.

$$L_{iz} = L_{fz}$$

Com $L_{iz} = \underset{\text{bala}}{l_{iz}} + \underset{\substack{\text{haste} \\ =0}}{\ell_{iz}} = l_i = \frac{L}{2} \sin 60\, m v = \frac{\sqrt{3}}{4} L m v$

$$L_{fz} = I_f \omega_f = \frac{1}{4}\left(m + \frac{M}{3}\right) L^2 \omega$$

Pois $I_f = I_{hast} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} M L^2 + \frac{1}{4} m L^2 = \frac{1}{4}\left(m + \frac{M}{3}\right) L^2$

Finalmente $\frac{\sqrt{3}}{4} L m v = \frac{1}{4}\left(m + \frac{M}{3}\right) L^2 \omega$

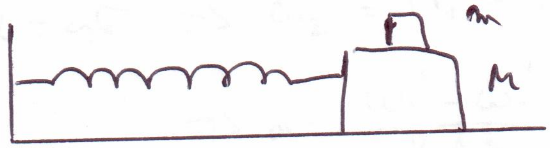
e $\underline{v} = \dfrac{m + \frac{M}{3}}{\sqrt{3}\, m} L \omega \approx 1300\ \text{m/s}$

1283

b) $Ec_i = \frac{1}{2} m v^2 = 2281 J$

$Ec_f = \frac{1}{2} I_f \omega^2 \sim 4 J$ $\Rightarrow \Delta E = -2277 J$

Exo 4



A força proporcionando aceleração ao bloco m é a força de atrito entre o bloco e o disco M.

Aplicando a 2ª lei de Newton no bloco, projetando em x, temos

$$f_e = ma$$

"a" é a aceleração dos blocos m e M (pois m não está escorregando sobre o disco).

A amplitude máxima corresponde ao caso de força de atrito estática máxima. Temos:

$$(f_e)_{max} = \mu_e N = \mu_e mg \Rightarrow a = \mu_e g$$

Como os blocos oscilam como um OHS de frequencia angular $\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}}$, segue-se:

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) \quad \text{de valor máximo } A\omega^2$$

Finalmente $A\omega^2 = \mu_e g \Leftrightarrow A \frac{k}{M+m} = \mu_e g$

$$\underline{A = \frac{\mu_e (M+m) g}{k}}$$